

# TEMA 7 POLINOMIOS

## 1. LENGUAJE ALGEBRAICO

- **ALGEBRA**: Parte de las matemáticas que estudia las ecuaciones y el lenguaje simbólico.
- **Expresión algebraica**: Es la que utiliza letras para representar valores numéricos variables o desconocidos.

D.ej:  $a^2 = b^2 + c^2$ ;  $8x + 1 = 8$ ; fórmulas, ecuaciones...

- **Monomio**: Es la expresión algebraica elemental, con sólo término.

D.ej:  $5 \cdot x^3$ ;  $-7xy^2$ ;  $2 \cdot x \cdot y$

- **VARIABLES**: las letras
- **COEFICIENTE**: número que multiplica a la parte literal
- **GRADO**: suma de los exponentes

	Variable	Coeficiente	Grado
$5 \cdot x^3$	x	5	3
$-7xy^2$	x e y	-7	3
$2 \cdot x \cdot y$	x e y	2	2

- **MONOMIOS SEMEJANTES**: son los que tienen la misma parte literal.

Las constantes tienen grado 0

D.ej:  $-2x^3$  es semejante a  $4x^3$   
 $-3xy^2$  " " a  $6xy^2$



- Polinomios: Es una suma de monomios.
- TERMINOS: Cada uno de los sumandos.
- GRADO: El máximo de todos.
- COEFICIENTES: Los de sus términos.
- TÉRMINO INDEPENDIENTE: El que no tiene variable.

Ej:  $P(x) = x^4 - 5x^2 + 7x - 3$

Términos: GRADO 4:  $x^4$

GRADO 3:  $0 \cdot x^3$

GRADO 2:  $-5x^2$

GRADO 1:  $7x$  | GRADO: 4

GRADO 0:  $-3$  | COEFICIENTES: 1:  
0, -5, 7, -3.

## 2. OPERACIONES CON MONOMIOS

5-03-14

### ■ SUMA Y RESTA DE MONOMIOS:

- Si son semejantes sumamos o restamos los coeficientes y dejamos la misma parte literal.  $6x^4 + 2x^4 = 8x^4$

$$5x^3 - 3x^3 = 2x^3$$

- Si no son semejantes resulta un polinomio  $6x^3 - 2x^2 + 7x$
- Opuesto de un monomio es el que tiene signo contrario.  
Opuesto de  $-2x^5$  es  $2x^5$ .

### ■ PRODUCTO DE MONOMIOS:

- Se multiplican los coeficientes y se suman los exponentes.

Ej:  $3x^3 \cdot 5x^2 = 15x^5$  /  $-2x^4 \cdot 7x = -14x^5$  /  $-3x^2(-5x^4) = 15x^6$

### ■ COCIENTE DE MONOMIOS:

- Se dividen los coeficientes y se restan los exponentes.

Ej:  $\frac{8x^5}{2x^3} = 4x^2$  /  $\frac{6x^7}{-3x^4} = -2x^3$

### ■ POTENCIAS DE MONOMIOS:

Se eleva el coeficiente y se multiplican los exponentes.

Ej:  $(3x^2)^3 = 3^3 \cdot x^6 = 27x^6$   
 $(-2x)^5 = (-2)^5 \cdot x^{10} = -32x^{10}$



1.129

a)  $x+5$

b)  $x^2$

c)  $2x+2y = 2 \cdot (x+y)$

2.129  $4xy - 5x + 6y - 3$ 

a) Término:  $4xy / -5x / 6y / -3$

b) Término independiente:  $-3$

c) Variables:  $x$  e  $y$

d) Coeficientes:  $4 / -5 / 6 / -3$

3.129 Copia y completa

Monomio	$-7x^5$	$4x^3y^2z$	$-6x$	$5$
Coefficiente	$-7$	$4$	$-6$	$5$
Grado	$5$	$6$	$0$	$1$

4.129

Semejantes son:  $5x^3 / -9x^3 / x^3$   
 $7x^2 / 8x^2$   
 $7x / 9x$

5.129 Completa la tabla para  $P(x) = 7x^3 - 9x - 2$ .

Términos	Grado	Coeficiente	Término independiente
$7x^3$	$3$	$7$	$-2$
$-9x$		$-9$	
$-2$		$-2$	

6.129  $x^2 - 7x + 6$ 

$0^2 - 7 \cdot 0 + 6 = 6$

$1^2 - 7 \cdot 1 + 6 = 1 - 7 + 6 = 0$

$5^2 - 7 \cdot 5 + 6 = 25 - 35 + 6 = -4$

$(5^2 - 7 \cdot -5 + 6 = 25 + 35 + 6 = 66)$



2.129  ~~$P(x) = x^3 + 3x - 1$~~

a)  $P(x) = 2^3 + 3 \cdot 2 - 1 = 8 + 6 - 1 = 13$

b)  $-3$

DEBERES: pg 136 ej: 31, 32, 33, 35, 36 y 37.

31.136 Escribe en algebraico:

a)  $3x - 7$  b)  $x + 15$  c)  $4x$  d) ,

32.136 En la expresión algebraica:  $7x^2y - 9xy^2 + 5xy - 3x + 1$

Términos:  $7x^2y$ ,  $-9xy^2$ ,  $5xy$ ,  $-3x$ ,  $1$

Término independiente:  $1$

Variables:  $x$  e  $y$

Coefficientes:  $7$ ,  $-9$ ,  $5$ ,  $-3$ ,  $1$

34.136 Halla cuales son

33.136 Completa la siguiente tabla: semejantes:

Monomio	Coefficiente	Grado
$9x^3$	$9$	$3$
$-7x^2yz^5$	$-7$	$8$
$8x$	$8$	$1$
$-3$	$-3$	$0$

$7x$ ;  $-5x^3$ ;  $-x$ ;  $5x^3$ ;

$4x^2$ ;  $x$ ;  $9x^2$

$> -x \cancel{x} / 7x$

$> -5x^3 / 5x^3$

$> 4x^2 / 9x^2$

35.136 Completa:

	Términos	Grado	Coefficientes	Término independiente
$P(x) = -9x^4 + 5x^4 - 17$	$-9x^4$ $5x^4$ $-17$	$4$	$-9$ $5$ $-17$	$-17$

36.136  $P(x) = -x^3 + 5x - 1$

a)  $-0^3 + 5 \cdot 0 - 1 = -1$

b)  $-1^3 + 5 \cdot 1 - 1 = 3$

c)  $-3^3 + 5 \cdot 3 - 1 = -27 + 15 - 1 = -13$

d)  $-(-3)^3 + 5 \cdot (-2) - 1 =$   
 $-(-27) + (-10) - 1 = 11$



## ■ Producto de un Monomio por un Polinomio:

Se multiplica por cada término.

$$\begin{aligned} \text{Ej: } x^2 (2x^3 + 5x + 3) &= 2x^5 + 5x^3 + 3x^2 \\ -2x^3 (-3x^2 + 5x - 6) &= +6x^5 - 10x^4 + 12x^3 \end{aligned}$$

## 3. OPERACIONES CON POLINOMIOS

### ■ Suma y resta.

Se agrupan por términos semejantes.

$$\begin{array}{r} \text{Ej: } P(x) = -3 + 7x - 5x^2 \\ Q(x) = 2 - 5x + 8x^2 + 3x^3 \end{array} \quad \left| \begin{array}{l} P(x) + Q(x) \\ P(x) - Q(x) \end{array} \right.$$

$$\begin{array}{r} -1 + 2 + 3x^2 + 3x^3 \end{array}$$

Restar es sumar el opuesto

$$\begin{aligned} -Q(x) &= -(2 - 5x + 8x^2 + 3x^3) = \\ &= -2 + 5x - 8x^2 - 3x^3 \end{aligned}$$

$$P(x) - Q(x)$$

$$\begin{array}{r} P(x) = -3 + 7x - 5x^2 \\ + \quad -2 + 5x - 8x^2 - 3x^3 \\ \hline -5 + 12x - 13x^2 - 3x^3 \end{array}$$

### ■ Productos.

Se multiplican todos por todos los términos  $P(x) \cdot Q(x)$

$$\begin{array}{r} P(x) = 2x^2 - 3x + 7 \quad \left| \quad 2x^2 - 3x + 7 \right. \\ 5x^3 + x^2 + 5 \quad \left| \quad 5x^3 + x^2 \quad \quad + 5 \right. \\ \hline 10x^2 - 15x + 35 \\ 2x^4 - 3x^3 + 7x^2 \\ 10x^5 - 15x^4 + 35x^3 \\ \hline 10x^5 - 13x^4 - 3x^3 + 17x^2 - 15x + 35 \end{array}$$



#### 4. IGUALDADES NOTABLES

Son fórmulas que se usan a menudo

##### ■ CUADRADO DE UNA SUMA:

Es el cuadrado del primero más el doble del 1º por el 2º más el cuadrado del 2º:

$$\text{Ej: } (x+3)^2 = x^2 + 6x + 9$$

$$(x+5)^2 = x^2 + 10x + 25$$

$$(-3+x)^2 = -3^2 + (-6x) + x^2 = 9 - 6x + x^2$$

$$a^2 + 2 \cdot a \cdot b + b^2$$

##### ■ CUADRADO DE UNA RESTA:

Es igual al cuadrado del 1º menos el doble del 1º por el 2º más el cuadrado del segundo.

$$\text{Ej: } (x-4)^2 = x^2 - 2 \cdot x \cdot 4 + 16 = x^2 - 8x + 16$$

$$(2x-5)^2 = 2x^2 - 2 \cdot 2x \cdot 5 + 25 = 2x^2 - 20x + 25$$

$$a^2 - 2 \cdot a \cdot b + b^2$$

##### ■ SUMA POR RESTA / DIFERENCIA

~~Cuadrado~~ Cuadrado del 1º menos cuadrado del 2º:

$$\text{Ej: } (x+5) \cdot (x-5) = x^2 - 25$$

$$(3x+2) \cdot (3x-2) = 9x^2 - 4$$

$$a^2 - b^2$$



pg 131

8) Realiza:

$$a) 4x^5 - x^5 + 8^5 = 11x^5 \quad | \quad b) -9x^3 \cdot x^3 = -9 \cdot x^6$$

$$c) (-3x)^4 = (-3)^4 \cdot x^4 = 81x^4 \quad | \quad d) \frac{-7x^3}{x^3} = -7$$

9) Realiza:

$$a) (7x^5)^2 = 7^2 \cdot x^{10} = 49x^{10} \quad | \quad b) -9x^3 + x^3 + 5x^3 = -3x^3$$

$$c) \frac{-15x^4}{-3x} = 5x^3 \quad | \quad d) -7x^2 \cdot (-5x) \cdot x^2 = +35x^5$$

10) Realiza:

$$a) \frac{12x^5}{3x^2} = 4x^3 \quad b) 7x^3 \cdot (-7) \cdot x^5 = -49x^8$$

$$c) (3x^3)^3 = 27x^9 \quad d) -7x^2 + 12x^2 + 6x^2 - x^2 = (-7 + 12 + 6 - 1) \cdot x^2 = 10x^2$$

12.131 Realiza:

$$a) (x^4 - 5x^3 + 4x + 1) \cdot 2x^4 = 2x^8 - 10x^7 + 8x^5 + 2x^4 =$$

$$b) (x^6 - 3x^4 + 6x^2 - 9) \cdot 3x^5 = 3x^{11} - 9x^9 + 18x^7 - 27x^5$$

$$c) (x^4 + 4x^3 - 9x + 5) \cdot (-4x) = -4x^5 - 16x^4 + 36x + 20x$$

$$d) (x^4 - 7x^3 + 2x - 12) \cdot (-5x^2) = -5x^6 + 35x^5 - 10x^3 + 60x^2$$

11.131 Realiza:

$$a) 5x^5 \cdot (-3x) = -15x^6$$

$$b) (-2x^3)^5 = -32x^{15}$$

$$a) 2x - 7x + x - 15x = -19x$$

$$d) \frac{7x^3}{2x} = 3\frac{1}{2}x^2 = \frac{7}{2}x^2$$

13.131 Elimina y reduce

$$a) 6x$$



**DEBERES:** pg 133 ej: 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21.

pg 133

**15. 133** Calcular:

$$P(x) = 5x^3 - 6x + 9 / Q(x) = 7x^4 + 5x^3 + 6x - 12$$

a)  $P(x) + Q(x)$

$$\begin{array}{r} 5x^3 - 6x + 9 \\ + 7x^4 + 5x^3 + 6x - 12 \\ \hline -7x^4 + 10x^3 + 0x - 3 = \\ -7x^4 + 10x^3 - 3 \checkmark \end{array}$$

b)  $P(x) \cdot Q(x)$

$$\begin{array}{r} + 5x^3 + 6x + 9 \\ + 7x^4 - 5x^3 - 6x + 12 \\ \hline 7x^4 - 10x^3 + 12x + 29 = 7x^4 - 10x^3 + 3 \end{array}$$

✗

**16. 133** Calcular:  $P(x) = 3x^5 - 7x^4 + 9x^2 - 13 / Q(x) = 5x^4 - 9x^2 + 7x - 1$

a)  $P(x) + Q(x)$

$$\begin{array}{r} 3x^5 - 7x^4 + 9x^2 - 13 \\ + 5x^4 - 9x^2 + 7x - 1 \\ \hline 3x^5 - 2x^4 + 0x^2 + 7x - 14 = \\ 3x^5 - 2x^4 + 7x - 14 \checkmark \end{array}$$

b)  $P(x) \cdot Q(x)$

$$\begin{array}{r} -3x^5 + 7x^4 - 9x^2 + 13 \\ - 5x^4 + 9x^2 - 7x + 1 \\ \hline -3x^5 + 2x^4 + 0x^2 + 7x + 14 = \\ +3x^5 - 12x^4 + 18x^2 + 7x - 12 \end{array}$$

✗

**17. 133** Halla el resto y suma.  $P(x) = -8x^5 + 5x^4 - 9x^2 + 2$

Quota:  $8x^5 - 5x^4 + 9x^2 - 2$

$$+ -8x^5 + 5x^4 - 9x^2 + 2$$

$$8x^5 - 5x^4 + 9x^2 - 2$$

$$8x^5 + 0x^4 + 0x^2 + 0 = \text{Polinomio cero} \checkmark$$

**18. 133** Multiplica. Halla grado.  $P(x) = x^2 - 7x + 2 / Q(x) = 3x + 1$

$$x^2 - 7x + 2$$

Grado = 3

$$3x + 1$$

$$\begin{array}{r} x^2 - 7x + 2 \\ 3x + 1 \\ \hline 3x^3 - 21x^2 + 6x \end{array}$$

$$3x^3 - 21x^2 + 6x + 2 \checkmark$$

**19. 133** Multiplica. Halla el grado.

$$P(x) = x^4 - 5x^3 - 3x + 1$$

$$Q(x) = 2x^2 - x + 7$$

$$-5x^3 - 3x + 1$$

$$2x^2 - x + 7$$

$$-21x + 7$$



**DEBERES:** pg 137 ej: 46, 49, 50, 51

pg 137

46. 137) Calcula:  $P(x) = 7x^4 - 5x^2 + 2$  /  $Q(x) = 5x^4 + 9x^2 + 4x - 10$ .

$$\begin{array}{r} \text{a) } P(x) + Q(x) \\ 7x^4 - 5x^2 \quad + 2 \\ -5x^4 + 9x^2 + 4x - 10 \\ \hline 2x^4 + 4x^2 + 4x - 8 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{b) } P(x) - Q(x) \\ 7x^4 - 5x^2 \quad + 2 \\ 5x^4 - 9x^2 - 4x + 10 \\ \hline 12x^4 - 14x^2 - 4x + 12 \end{array}$$

49. 137) Multiplica y halla el grado.

$$\begin{array}{r} x^2 + 4x - 3 \\ 5x + 2 \\ \hline 2x^2 + 8x - 6 \\ 5x^3 + 20x^2 - 15x \\ \hline 5x^3 + 22x^2 - 7x - 6 \end{array}$$

$$P(x) \cdot Q(x) = 5x^3 + 22x^2 - 7x - 6$$

Grado = 3

50. 137) Multiplica y halla el grado.

$$\begin{array}{r} -2x^4 + 3x^2 - 6x + 7 \\ 4x^2 - 2x + 6 \\ \hline 12x^4 \quad + 18x^2 - 30x + 42 \\ 4x^5 - 6x^3 + 10x^2 - 14x \\ \hline -8x^6 + 12x^4 - 20x^3 + 28x^2 \end{array}$$

$$P(x) \cdot Q(x) =$$

Grado = 6

Resultado:

$$-8x^6 + 4x^5 - 26x^3 + 56x^2 - 44x + 42$$

51. 137) Multiplica y halla el grado.

Grado 4

$$\begin{array}{r} 5x^3 - 3x - 1 \\ x + 2 \\ \hline +10x^2 \quad -6x - 2 \\ 5x^4 \quad -3x^2 - 4x \\ \hline 5x^4 + 10x^3 - 3x^2 - 7x - 2 \end{array}$$



**52. 133** Multiplica

y halla el grado.

$$2x^3 + 5x^2 - 7$$

Grado: 5

$$3x^2 - 4x + 6$$

$$12x^3 + 30x^2 - 42$$

$$-8x^4 - 20x^3 + 28x$$

$$6x^5 + 15x^4 - 21x^2$$

$$6x^5 + 7x^4 - 8x^3 - 9x^2 + 28x - 42$$

**22. 133** Calcula:

$$a) (x+1)^0 = 1$$

$$b) (x-1)^0 = 1$$

$$c) (x+1)^1 = x+1$$

$$d) (x-1)^1 = x-1$$

**23. 133** Calcula:

$$a) (x+1)^2 = x^2 + 2x + 1$$

$$b) (x-1)^2 = x^2 - 2x + 1$$

$$c) (x+1) \cdot (x-1) = x^2 - 1$$

**24. 133** Calcula:

$$a) (x+4)^2 = x^2 + 8x + 16$$

$$b) (x-4)^2 = x^2 - 8x + 16$$

$$c) (x+4) \cdot (x-4) = x^2 - 16$$

$$d) (x+5)^2 = x^2 + 10x + 25$$

$$e) (x-5)^2 = x^2 - 10x + 25$$

$$f) (x+\sqrt{5}) \cdot (x-\sqrt{5}) = x^2 - 5$$

**25. 133** Calcula:

$$a) (2x+3)^2 = 4x^2 + 12x + 9$$

$$b) (2x-3)^2 = 4x^2 - 12x + 9$$

$$c) (2x+3) \cdot (2x-3) = 4x^2 - 9$$

**DEBERES:** pg 135 ej: 56, 57, 58, 59 y 60.**56. 135** Calcula:

$$a) (x+2)^0 = 1$$

$$b) (x-2)^0 = 1$$

$$c) (x+2)^1 = x+2$$

$$d) (x-2)^1 = x-2$$

**57. 135** Calcula:

$$a) (x+2)^2 = x^2 + 2 \cdot 2 \cdot x + 4 = x^2 + 4x + 4$$

$$b) (x-2)^2 = x^2 - 4x + 4$$

$$c) (x+2) \cdot (x-2) = x^2 - 4$$



58.137 Calcola:

$$\begin{array}{l|l} \text{a)} (x+3)^2 = x^2 + 2 \cdot 3 \cdot x + 9 = x^2 + 6x + 9 & \text{c)} (x+\sqrt{3}) \cdot (x-\sqrt{3}) = \\ \text{b)} (x-3)^2 = x^2 - 6x + 9 & x^2 - 3 \end{array}$$

59.137 Calcola:

$$\begin{array}{l|l} \text{a)} (x+6)^2 = x^2 + 2 \cdot 6 \cdot x + 36 = x^2 + 12x + 36 & \text{c)} (x+6) \cdot (x-6) = \\ \text{b)} (x-6)^2 = x^2 - 12x + 36 & x^2 - 36 \end{array}$$

60.137 Calcola:

$$\text{a)} (3x+5)^2 = 9x^2 + 3x \cdot 2 \cdot 5 + 25 = 9x^2 + 30x + 25$$

$$\text{b)} (3x-5)^2 = 9x^2 - 30x + 25$$

$$\text{c)} (3x+5) \cdot (3x-5) = 9x^2 - 25$$

21-03-14

27.133 Calcola:

$$\text{a)} (3x + \frac{1}{2})^2 = 9x^2 + 2 \cdot 3 \cdot x \cdot \frac{1}{2} + (\frac{1}{2})^2 = 9x^2 + \frac{6x}{2} + \frac{1}{4} = 9x^2 + 3x + \frac{1}{4}$$

$$\text{b)} (3x - \frac{1}{2})^2 = 9x^2 - 2 \cdot 3 \cdot x \cdot \frac{1}{2} + (\frac{1}{2})^2 = 9x^2 - \frac{6x}{2} + \frac{1}{4} = 9x^2 - 3x + \frac{1}{4}$$

$$\text{c)} (3x + \frac{1}{2}) \cdot (3x - \frac{1}{2}) = 9x^2 - \frac{1}{4}$$

43.136 Riduci

$$\text{a)} 8x - 12x^2 + 1 + 7x^2 - 3x - 5 = -5x^2 + 5x - 4$$

$$\text{b)} x^2 - 6x - 5x^2 + 7x^2 - 5x - 9 = 3x^2 - 11x - 9$$

$$\text{c)} -7x - 8 + 9x - 11x^2 + 6 + 8x^2 = -2 + 2x - 3x^2$$

$$\text{d)} 7x^2 - 9x + 6 - 7x - 8x^2 + 12 = 21 - 16x - x^2$$

**DEBERES:** ng 137 g: 80y 62

61.137 Calcola:

$$\text{a)} (2x + \frac{1}{2})^2 = 4x^2 + 2x + \frac{1}{4} \quad \text{c)} (2x + \frac{1}{2})^2 \cdot (2x - \frac{1}{2})^2 = 4x^2 - \frac{1}{4}$$

$$\text{b)} (2x - \frac{1}{2})^2 = 4x^2 - 2x + \frac{1}{4}$$



62.137 Substitute  $\text{non} = 0 \neq$

a)  $(x-3)^2 \neq x^2 - 6x + 9$

b)  $(x+2)^2 \neq x^2 + 4$

c)  $(x-3)^2 \neq x^2 - 9$

d)  $(x+2)^2 \neq x^2 + 4x + 4$

24-03-14

44.136 Quite the parentheses y reduce:

a)  $7x - (8x^2 + 9 + 5x^2) - 7x - 2 = 7x - 8x^2 - 9 - 5x^2 - 7x - 2 =$   
 $-8x^2 - 5x^2 + 7x - 7x - 9 - 2 = \underline{-13x^2 - 11}$

b)  $2x^2 - 5x - 3 \cdot (2x^2 + 4x^2 - 5x - 6) = 2x^2 - 5x - 6x^2 - 12x^2 + 15x +$   
 $18 = 2x^2 - 6x^2 - 12x^2 - 5x + 15x + 18 = \underline{-16x^2 + 10x + 18}$

c)  $-(3x - 5 + 9x - 7x^2 + 4) + 10x^2 =$   
 $-3x + 5 - 9x + 7x^2 - 4 + 10x^2 = 10x^2 + 7x^2 - 9x - 3x + 5 - 4 =$   
 $\underline{17x^2 - 12x - 1}$

d)  $7(x^2 - 6x + 9) - 7 \cdot (3x - 7x^2 + 9)$